

Chapitre : le second degré

Exercice 1

Soit la fonction P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = 3x^2 - x - 2$

- 1) Montrer que $P(x) = 3(x - 1)\left(x + \frac{2}{3}\right)$
- 2) Montrer que $P(x) = 3\left[\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{25}{36}\right]$
- 3) En utilisant la forme la plus adaptée de $P(x)$.
 - a. Résoudre l'équation $P(x) = 0$.
 - b. Résoudre l'inéquation $P(x) < 0$
 - c. Calculer $P(0)$ et $P\left(\frac{1}{6}\right)$
 - d. Dresser le tableau de variation de P .

Chapitre : dérivation – variation de fonctions

Exercice 2

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2$, on note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1) Calculer le taux de variation de f au point A de la courbe $\mathcal{C}_f$ d'abscisse -1 . En déduire l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A .
- 2) On note B le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse 2 . Déterminer la pente de la sécante (AB) .

Exercice 3

Calculer la fonction dérivée des fonctions suivantes sur I :

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} \text{ sur } I = \mathbb{R}^*$$

$$g(x) = x\sqrt{x} \text{ sur } I = [0; +\infty[$$

$$h(x) = \frac{x}{2x+1} \text{ sur } I = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

Exercice 4

Une entreprise fabrique une quantité x d'un produit avec un coût total en euros exprimé par :

$$C(x) = \frac{x^2}{10} - 20x + 1960. \text{ Le coût moyen unitaire est}$$

$$\text{défini par : } C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$$

- 1) a. Calculer $C'_m(x)$
- b. En déduire les variations de C_m .
- c. Pour quelles valeurs x_0 de x , $C_m(x)$ est-il minimal ?
- 2) a. Calculer $C'(x)$.
- b. Vérifier que $C'(x_0) = C_m(x)$.

- 3) Vérifier que la tangente à la courbe « coût total » au point d'abscisse x_0 passe par l'origine.

Chapitre : fonction exponentielle

Exercice 5

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = e^2 \times \frac{e^5}{e^7} \quad B = \left(\frac{1}{e^x}\right)^2 \quad C = \frac{e^{2x} - 6e^{3x}}{e^x}$$

Exercice 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$

- a) $e^x = 1$
- b) $e^x - e = 0$
- c) $e^{2x+4} = 1$
- d) $e^x > e^{-1}$
- e) $e^x(e - e^{-x}) > e^3 - 1$
- f) $e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$
- g) $e^x - 3xe^x = 0$

Exercice 7

Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = e^{-2t}$

- a. Calculer $f'(t)$.
- b. En déduire le sens de variation de f .
- c. Représenter la courbe $\mathcal{C}_f$ de la fonction f .

Chapitre : suites numériques

Exercice 8

On considère la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -1$ et de raison $r = 1$.

- a. Exprimer u_n en fonction de n .
- b. Quel est le sens de variation de (u_n) ?
- c. Calculer la somme des 10 premiers termes de cette suite.

Exercice 9

Un parc d'attractions propose à ses visiteurs des pass annuels donnant un accès illimité à l'ensemble du site. En 2019, 5 000 visiteurs achètent ce pass. Chaque année, le directeur du parc prévoit que 90% de ces visiteurs renouvelleront leur pass et que 800 nouveaux visiteurs en achèteront un.

On note u_n le nombre de visiteurs ayant le pass annuel en 2019 + n .

- 1) Déterminer la valeur de u_0 et u_1 .
- 2) Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,9u_n + 800$
- 3) Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 800$.
 - a. Justifier que la suite (v_n) est géométrique.
 - b. Donner l'expression de v_n en fonction de n .
 - c. En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- 4) Combien peut-on prévoir qu'il y aura de visiteurs détenteurs du pass en 2030 ?

Chapitres Probabilités conditionnelles et Variables aléatoires

Exercice 10

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35 % des plants proviennent de l'horticulteur H_1 , 25 % de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3 .

Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles. La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80 % de conifères alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50 % et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30 %.

- Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock. On envisage les événements suivants :

- H_1 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_1 »,
- H_2 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_2 »,
- H_3 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_3 »,
- C : « l'arbre choisi est un conifère »,
- F : « l'arbre choisi est un arbre feuillu ».

- Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
 - Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3 .
 - Justifier que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,525.
 - L'arbre choisi est un conifère. Quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur H_1 ? On arrondira à 10^{-3} .
- On choisit au hasard deux arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de deux arbres dans le stock. On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères choisis
 - Calculer et interpréter $P(X = 0)$.
 - En déduire $P(X \geq 1)$ puis interpréter le résultat.

Exercice 11

Le chikungunya est une maladie virale transmise d'un être humain à l'autre par les piqûres de moustiques femelles infectées. Un test a été mis au point pour le dépistage de ce virus. Le laboratoire fabriquant ce test fournit les caractéristiques suivantes :

- la probabilité qu'une personne atteinte par le virus ait un test positif est de 0,98;
- la probabilité qu'une personne non atteinte par le virus ait un test positif est de 0,01.

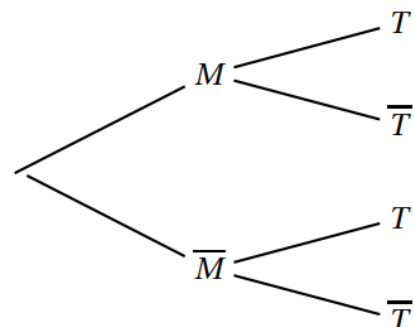
On procède à un test de dépistage systématique dans une population « cible ». Un individu est choisi au hasard dans cette population. On appelle :

- M l'évènement : « L'individu choisi est atteint du chikungunya »
- T l'évènement : « Le test de l'individu choisi est positif »

On notera $\bar{M}$ respectivement $\bar{T}$ l'évènement contraire de l'évènement M (respectivement T).

On note p ($0 \leq p \leq 1$) la proportion de personnes atteintes par la maladie dans la population cible.

- Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous.



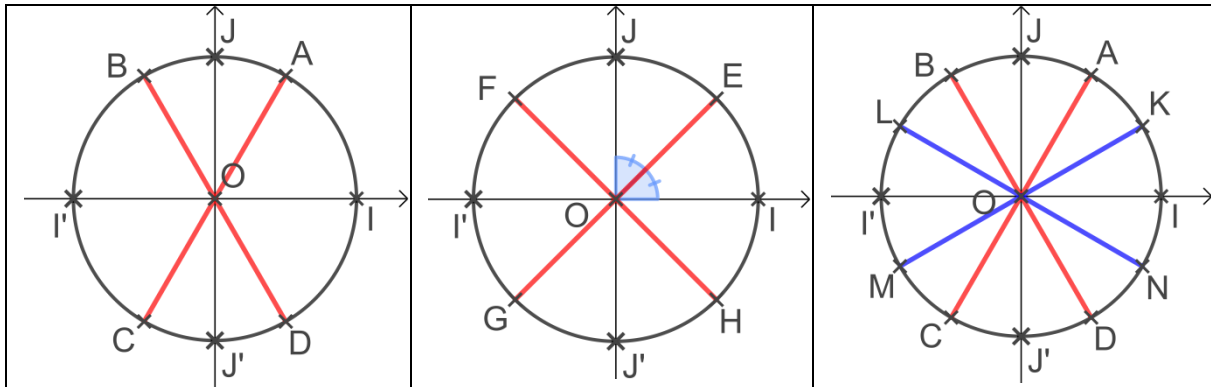
- Exprimer $P(M \cap T)$, $P(\bar{M} \cap T)$ puis $P(T)$ en fonction de p .
- Démontrer que la probabilité de M sachant T est donnée par la fonction f définie sur $[0 ; 1]$ par :

$$f(p) = \frac{98p}{97p + 1}$$
 - Étudier les variations de la fonction.
- On considère que le test est fiable lorsque la probabilité qu'une personne ayant un test positif soit réellement atteinte du chikungunya est supérieure à 0,95. En utilisant les résultats de la question 2., à partir de quelle proportion p de malades dans la population le test est-il fiable ?

Chapitre : Fonctions trigonométriques

Exercice 12

Dans chacun des cas ci-dessous, on a partagé de façon régulière le cercle trigonométrique C.



Pour chacun des réels (1. à 8.) donnés ci-dessous, répondre aux trois questions suivantes :

- Nommer le point associé sur le cercle trigonométrique.
- Donner les valeurs exactes du cosinus et du sinus.
- Vérifier les résultats à l'aide de la calculatrice préalablement réglée en mode radian.

1. $\frac{2\pi}{3}$

3. 2π

5. $-\frac{\pi}{4}$

7. $-\frac{3\pi}{4}$

2. $-\frac{5\pi}{6}$

4. $\frac{3\pi}{2}$

6. π

8. $\frac{5\pi}{3}$

Exercice 11

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + \sin(x)$.

Dans un repère orthonormé, on note C la courbe représentative de f et D la droite d'équation $y = x$.

- Etudier la parité de f . Que peut-on en déduire pour la courbe C ?
- Montrer que pour tout réel x , on a :

$$f(x + 2\pi) = f(x) + 2\pi$$
- Tracer la courbe C à l'aide d'une calculatrice. Comment peut-on interpréter le résultat ?
- Etudier le signe de la fonction h définie sur $[0 ; 2\pi]$ par $h(x) = f(x) - x$.
 - Que peut-on en déduire **quant à la position relative des** pour les courbes C et D ?

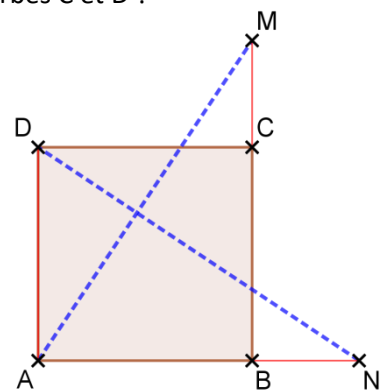
Chapitre Produit scalaire

Exercice 13

ABCD est un carré et les points M et N sont tels que :

$$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

- En décomposant les vecteurs $\overrightarrow{DN}$ et $\overrightarrow{AM}$ à l'aide de la relation de Chasles, montrer que les droites (DN) et (AM) sont perpendiculaires.
- En prenant le repère (A ; B, D), montrer de même que les droites (DN) et (AM) sont perpendiculaires.



Chapitre : Equations de droites et cercles

Exercice 14

On donne les points $A(4 ; 2)$, $B(2 ; 6)$ et $C(-2 ; 2)$.

1. Faire une figure que l'on complètera au fur à mesure.
2. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AB]$.
3. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AC]$.
4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection O de ces deux droites.
5. Calculer la longueur OA .
6. Donner une équation cartésienne du cercle de centre O et de rayon OA .
7. Vérifier que le cercle passe par les points B et C .
8. Que représente ce cercle par rapport au triangle ABC ?