Formules mathématiques à connaître le jour de la rentrée en terminale ☺

27 formules pour ceux qui poursuivent les mathématiques en complémentaire ou en spécialité

1. Soit $ax^2+bx+c=0$, $\Delta = b^2-4ac$, si $\Delta > 0$ deux solutions $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, si $\Delta = 0$, une solution $x_0 = \frac{-b}{2a}$, si $\Delta < 0$ pas de solution.
   Signe d'un trinôme : si $\Delta > 0$, signe de a à l'extérieur des solutions, si $\Delta \leq 0$, signe de a de partout.
2. La quantité conjuguée de $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ est $\sqrt{a}+\sqrt{b}$.
3. f est dérivable en a si et seulement si $\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ existe et est finie. Cette limite se note aussi : $\lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$.
4. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a correspond au nombre dérive de f en a.
5. L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est : $y = f'(a)(x-a)+f(a)$.
6. $(uv)' = u'v+uv'$
7. $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$
8. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$
9. Si la dérivée d'une fonction est positive sur I alors la fonction f est croissante sur I et si elle est négative sur I alors elle est décroissante sur I.
10. Définition d'une suite arithmétique : $u_{n+1} = u_n + r$
11. Terme général d'une suite arithmétique : $u_n = u_0 + nr$ ou $u_n = u_1 + (n-1)r$
12. Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique : $S = \text{nombre de termes} \times \frac{(\text{premier terme}+\text{dernier terme})}{2}$
    avec $\text{nombre de termes} = \text{dernier indice} - \text{premier indice} + 1$.
13. Définition d'une suite géométrique : $u_{n+1} = u_n \times q$.
14. Terme général d'une suite géométrique : $u_n = u_0 \times q^n$ ou $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.
15. Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique : $S = \text{premier terme} \times \frac{1-q^{\text{nombre de termes}}}{1-q}$
16. Limite d'une suite géométrique : Si $-1 < q < 1$ alors la suite converge vers 0. Si $q > 1$ alors la suite diverge vers l'infini.
17. Variations d'une suite géométrique :
    $si\ u_0 > 0$ et $q > 0$ alors la suite est croissante.
    $si\ u_0 > 0$ et $0 < q < 1$ alors la suite est décroissante.
    $si\ u_0 < 0$ et $q > 0$ alors la suite est décroissante.
    $si\ u_0 < 0$ et $0 < q < 1$ alors la suite est croissante.
18. Pour trouver les variations d'une suite, on étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$.
19. Soit X une variable aléatoire : $somme\ des\ p_i = 1$, $E(X) = somme\ des\ x_i \times p_i$, $V(X) = E(X^2) - \left(E(X)\right)^2$ et $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$.

20. Si $Y = aX + b$ alors $E(Y) = aE(X) + b$; $V(Y) = a^2V(X)$ conséquence : $\sigma(Y) = |a|\sigma(X)$
21. Probabilité de « au moins 1 » : $p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0)$.

22. Il existe une unique fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que pour tout réel x, $f'(x) = f(x)$ et $f(0) = 1$
    On l'appelle fonction exponentielle. Pour tout réel x, $\exp'(x) = \exp(x)$ et $\exp(0) = 1$
23. (a) $e^{x+y} = e^x e^y$

    (b) $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$

    (c) $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$

    (d) $e^{nx} = (e^x)^n$
24. Pour tout nombre réel a, la suite $u_n = (e^{na})$ est une suite géométrique.
25. La fonction exponentielle est strictement positive et strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
26. Pour tous réels a et b, on a : $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$ et $e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$

27. Soient a et b deux réels, la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{ax+b}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x) = ae^{ax+b}$

11 formules en plus, seulement pour ceux qui poursuivent la spécialité mathématiques :

28. Relation de Chasles : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
29. Vecteur : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$; la longueur du segment $[AB]$ est $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

    les coordonnées du point K, milieu de $[AB]$ sont $K\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.
30. Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $xy' - yx' = 0$
31. Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont orthogonaux si et seulement si $xx' + yy' = 0$
32. Formules du produit scalaire :

    $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

    $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AH$ où H est le projeté orthogonal de C sur (AB).

    $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2)$

    $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = xx' + yy'$ avec $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.
33. Si une droite a pour équation cartésienne : $ax + by + c = 0$ alors un vecteur directeur est $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ et un vecteur normal est $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.
34. L'équation cartésienne du cercle de centre $A(x_A; y_A)$ et de rayon R est de la forme : $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = R^2$
35. Pour tout réel x, on a : $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$.
36. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$
37. $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
38. $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$